EJ. POR SUSCRIPCION

$$\frac{3x+5}{\cancel{(x+1)(x-1)^2}} = \frac{A(x-1)^2 + B(x+1) + C(x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)^2}}$$

Asignemos valores a x para encontrar A, B y C:

si $x=-1 \Rightarrow 3(-1)+5 = A(-1-1)^2 + B(-1+1) + C(-1+1)(-1-1)$

$2 = 4A$

$A = 1/2$

si $x=1 \Rightarrow 3\cdot(1)+5 = 2B \Rightarrow B=4$

si $x=0 \Rightarrow 3\cdot 0+5 = A+B-C$

$C = A+B-5 = \frac{1}{2}+4-5 \Rightarrow C=-\frac{1}{2}$

Luego:

$$= \int \frac{1/2}{x+1}\,dx + \int \frac{4}{(x-1)^2}\,dx + \int \frac{-1/2\,dx}{x-1} = \frac{1}{2}\int\frac{dx}{x+1} + 4\int\frac{dx}{(x-1)^2} - \frac{1}{2}\int\frac{dx}{x-1} =$$

$$= \frac{1}{2}\ln|x+1| + 4\,\frac{(x-1)^{-2+1}}{-2+1} - \frac{1}{2}\ln|x-1| = \ln\frac{|x+1|^{1/2}}{|x-1|^{1/2}} - 4(x-1)^{-1} + C =$$

$$= \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|^{1/2} - \frac{4}{x-1} + C = \ln\sqrt{\left|\frac{x+1}{x-1}\right|} - \frac{4}{x-1} + C$$

c) $\displaystyle\int \frac{5x^2-x+11}{(x^2+4)(x-1)}\,dx$

Como (x^2+4) no tiene raíces reales por lo cual en el numerador de su fracción simple pondremos $Ax+B$ en vez de una letra.

$$\frac{5x^2-x+11}{(x^2+4)(x-1)} = \frac{Ax+B}{x^2+4} + \frac{C}{x-1} = \frac{(Ax+B)(x-1) + C(x^2+4)}{(x^2+4)(x-1)}$$

Para encontrar cuanto vale A, B y C asignemos valores a x:

si $x=1 \Rightarrow 5(1)^2-(1)+11 = C(1^2+4) \Rightarrow 15 = 5C \Rightarrow C=3$

si $x=0 \Rightarrow 11 = (A\cdot 0+B)(-1)+C\cdot 4 \Rightarrow 11 = -B+4C = -B+12 \Rightarrow B=1$

si $x=-1 \Rightarrow 5+1+11 = (-A+B)(-2)+C\cdot 5 \Rightarrow 17 = 2A-2B+5C = 2A-2+15$

$4 = 2A \Rightarrow A=2$

$$= \int\frac{2x+1}{x^2+4}\,dx + \int\frac{3}{x-1}\,dx = \int\frac{2x\,dx}{x^2+4} + \int\frac{dx}{x^2+4} + 3\int\frac{dx}{x-1} =$$

sustitución: $t = x^2+4$

$dt = 2x\,dx$

para poder utilizar integral inmediata:

$$\int\frac{dx}{4\left(\frac{x^2}{4}+1\right)} = \frac{1}{4}\int\frac{dx}{(x/2)^2+1} = \frac{1}{4}\int\frac{2\,dt'}{(t')^2+1}$$

sust: $t' = x/2$

$dt' = dx/2$

$$= \int\frac{dt}{t} + \frac{1}{2}\int\frac{dt'}{(t')^2+1} + 3\ln|x-1| + C =$$

$$= \ln|t| + \frac{1}{2}\operatorname{arctg} t' + 3\ln|x-1| + C =$$

$$= \ln|x^2+4| + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + \ln|x-1|^3 + C =$$

$$= \ln|(x^2+4)(x-1)^3| + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C$$, listo!